

Benzetim

-2-

Rassal Sayı Üretimi

- Rassal sayılar neredeyse tüm kesikli sistemlerin simülasyonunda gerekli olan çok temel bir unsurdur.
- Bir çok bir bilgisayar dili rassal sayı üreten alt rutin, nesne veya fonksiyona sahiptir.
- Benzer şekilde simülasyon dilleri olay zamanlarını ve diğer rassal değişkenleri üretmek için rassal sayı üretirler.
- Rassal sayılar, birbirinden bağımsız ve görülme olasılıkları eşit olan sayıların oluşturduğu dizilerdir. Bu sayı dizileri eşit olasılık gereği, düzgün(uniform) bir olasılık dağılımı gösterir.
- Benzetimde rassallık varsa, bir veya birden fazla dağılımdan rassal değişken üretimi yapılacaktır. Bu dağılımlar, gözlemden elde edilen veriye giydirilmiş dağılımlardır. Yani veriye uygun dağılımlardır. Bu bu dağılımlardan rassal değişken üretmek için rassal sayılar üretmemiz gerekir.

Rassal Sayı Üretimi

- 1- Şans oyunlarında olduğu gibi zar atmak, kart çekmek, rulet çevirme vb. el işlemleriyle rassal sayı üretmek. Gerçek anlamda rassal sayı üretir ancak yavaşlığı nedeniyle benzetim modellerinde kullanımı pratik değildir.
- 2- Çeşitli yöntemlerle önceden hazırlanmış olan rassal sayı tablolarını kullanmak. Bu amaçla hazırlanmış tablolar literatürde vardır.
- 3- Kendi kendini yineleyen bir eşitlikten, aritmetik işlemlerle Rassal sayı dizileri üretmek. Bu işlemler, bilgisayar aracılığı ile yapılabileceğinden son derece hızlı ve verimlidir. Bu yöntemle belirli bir sayı, aritmetik işleme başlangıç değeri (seed) olarak verilir ve buna bağlı olarak bir sayı hesaplanır. Hesaplanan sayı bu kez başlangıç değeri olarak alınıp yeni bir sayı üretilir. Böylece, her üretilen bir sayıdan yeni bir sayı üretilerek bir sayı dizisi elde edilir.

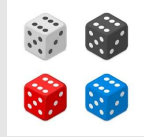


Table of Random Numbers

36218	36777	37114	37542	37970	38397	38825	39253	39681	40109	40537	40965	41393	41821	42249	42677	43105	43533	43961	44389	44817	45245	45673	46101	46529	46957	47385	47813	48241	48669	49097	49525	49953	50381	50809	51237	51665	52093	52521	52949	53377	53805	54233	54661	55089	55517	55945	56373	56801	57229	57657	58085	58513	58941	59369	59797	60225	60653	61081	61509	61937	62365	62793	63221	63649	64077	64505	64933	65361	65789	66217	66645	67073	67501	67929	68357	68785	69213	69641	70069	70497	70925	71353	71781	72209	72637	73065	73493	73921	74349	74777	75205	75633	76061	76489	76917	77345	77773	78201	78629	79057	79485	79913	80341	80769	81197	81625	82053	82481	82909	83337	83765	84193	84621	85049	85477	85905	86333	86761	87189	87617	88045	88473	88901	89329	89757	90185	90613	91041	91469	91897	92325	92753	93181	93609	94037	94465	94893	95321	95749	96177	96605	97033	97461	97889	98317	98745	99173	99601	100000
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	--------

Rassal Sayı Üretimi

- R_1, R_2 rassal sayılar dizisinin iki önemli istatistiksel özelliği olmalıdır: **düzensizlik** ve **bağımsızlık**. Her bir rassal sayısı 0 ile 1 arasında sürekli düzgün dağılımdan çekilmiş bağımsız örneklemdir. Yani OYF aşağıdaki gibidir:
- Her bir R_i 'nin beklenen değeri aşağıdaki gibidir:

Rassal Sayı Üreteçlerinden İstenilen Özellikler

▪ Rassallık

Üretilen pseudo-random (sahte rassal) sayılar, gerçek sayılar ile aynı özellikleri taşımalıdır. Rassal tavır, çeşitli istatistiksel testler ile belirlenir.

▪ Büyük Period

Tüm pseudo-random sayı üreteçleri, deterministik formülasyonların kullanıldığından dolayı, her rassal sayı dizisi, kendi kendini tekrar etmeye başlayacaktır. Bir dizinin uzunluğu (kendi kendini tekrarlamayan) periyod olarak adlandırılır. Bu periyodun mümkün olduğu kadar uzun olması istenir.

▪ Yeniden Üretilebilirlik

Bir simülasyon programının adım adım çalıştırılmasında (debugging) ya da bir parametrik çalışmayı (girdi verilerini değiştirmek) gerçekleştirmek için, her simülasyon çalışmasında rassal sayıların aynı sırasının üretilmesi istenebilir. Diğer durumlarda, rassal sayıların farklı dizilerinin üretilmesi istenir. Bu nedenle bir rassal sayı üretici, analizcinin isteğine bağlı olarak tekrarlayan ve farklı rassal sayı dizilerini elde etme özelliğine sahip olmalıdır.

▪ Hesaplama Etkinliği

Bir simülasyon çalışmasında, büyük sayılarda rassal sayının üretilmesine ihtiyaç olacağından dolayı, üretici bu sayıları mümkün olduğu kadar kısa zamanda üretmeli ve bilgisayar hafızasında çok yer kaplamamalıdır.

Rassal Sayı Üretimi İçin Teknikler

▪ Orta Kare Yöntemi

Bu yöntemde,

- (m) basamaklı ve genellikle tek olan bir sayı başlangıç değeri olarak alınır.
- İkinci aşamada, bu sayının karesi alınarak bulunan sayının ortasındaki m kadar basamaklı sayı alınır. Bu bir rassal sayı olarak kaydedilir.
- Tekrar bu rassal sayının karesi alınır ve yine ortadaki m basamaklı sayı bir rassal sayı olarak kaydedilir.
- Bu işlem, istenilen sayıda rassal sayı elde edilinceye kadar devam eder.

Örnek:

Rassal Sayı Üretimi İçin Teknikler

- Orta Kare Yöntemi dezavantajları:

- İlk sayı ve dizinin tekrar uzunluğu arasındaki ilişkiyi (periyod) önceden bilmek mümkün değildir. Çoğu kez tekrar uzunluğu kısadır.

Örnek:

- Döngü oluşabilir.

Örnek:

Rassal Sayı Üretimi İçin Teknikler

- Bu metodun dezavantajlarını ortadan kaldırmak için çeşitli metotlar geliştirilmiştir. Bunlar;
 - Doğrusal eşlik (Linear Congruential),
 - Orta çarpım (midproduct) metodu,
 - Sabit çarpım (constant multiplier) metodu

- Doğrusal Eşlik Metodu

Doğrusal eşlik metodu sıfır ile $1-m$ arasında aşağıdaki ardışık ilişkiye sahip X_1 , X_2 , ... tamsayılar dizisi üretir.

$$X_{i+1} = (a * X_i + c) \text{ mod } (m)$$

Herhangi bir X_i değeri için rassal sayı

$$U_i = \frac{X_i}{m}$$

Başlangıç değeri X_0 kök olarak bilinir. a sabit çarpan, c artım miktarı ve m modül değeridir.

Rassal Sayı Üretimi İçin Teknikler

Örnek:

Rassal Değişken Üretimi

- Gerçek sistemlerin tamamının stokastik davranışı her zaman düzgün (uniform) dağılımla açıklanamaz. Bir sistem içinde uniform dağılımdan daha çok diğer teorik (üstel, normal, gamma v.b.) dağılımlarla karşılaşılmaktadır.
- Uniform dağılımdan (0,1 aralığında) elde edilen rassal sayıların teorik veya ampirik dağılımlara dönüştürülmesi için, bir DÖNÜŞÜM yöntemi kullanılarak istenilen dağılıma geçilir.
- DÖNÜŞÜM, istatistiki anlamda herhangi bir olasılık dağılımından örnek almak demektir. Bunun için olasılık dağılımının parametrelerinin bilinmesi veya verilmesi gerekir.

Rassal Değişken Üretim Teknikleri:

- Ters Dönüşüm Tekniği
- Reddetme Tekniği

Ters Dönüşüm (Inverse Transformation) Tekniği

- Ters dönüşüm tekniği üstel, düzgün, Weibull ve üçgen dağılım ile ampirik dağılımlardan örneklem almak için kullanılabilirler.
- Ayrıca kesikli dağılımlardan örneklem alınmasında kullanılan önemli bir tekniktir.
- Hesaplama kolaylığı açısından her zaman en etkili olmasa bile en basit tekniktir.

Ters Dönüşüm (Inverse Transformation) Tekniği

Algoritma :

Ters Dönüşüm (Inverse Transformation) Tekniği

Örnek 1:

Ters Dönüşüm (Inverse Transformation) Tekniği

Örnek 2:

Ters Dönüşüm (Inverse Transformation) Tekniği

Örnek 3:

Kesikli Dağlımlar için Ters Dönüşüm Tekniği

Örnek :

Reddetme (Acceptance-Rejection) Tekniği

- Reddetme yöntemi, olasılık fonksiyonu $f(x)$ sürekli ve sınırlı olan herhangi bir dağılımdan rassal değişken üretmek için kullanılan genel bir metottur.

Reddetme (Acceptance-Rejection) Tekniği

Algoritma :

Reddetme (Acceptance-Rejection) Tekniği

Örnek 1:

Reddetme (Acceptance-Rejection) Tekniği

Örnek 2:

Reddetme (Acceptance-Rejection) Tekniği

Örnek 3: